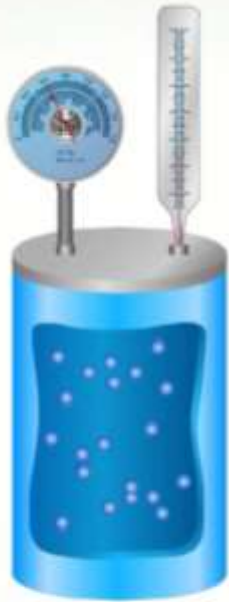


УРАВНЕНИЕ МЕНДЕЛЕЕВА-КЛАПЕЙРОНА В ЗАДАЧАХ ЕГЭ ПО ФИЗИКЕ



Уравнение, связывающее три макроскопических параметра p , V и T , называют **уравнением состояния идеального газа**.

Основное уравнение МКТ: $p = nkT$.

Концентрация молекул: $n = \frac{N}{V}$.

$$p = \frac{N}{V}kT.$$

Число молекул: $N = \nu N_A$.

$$pV = \nu N_A kT.$$

Количество вещества: $\nu = \frac{m}{M}$.

$$pV = \frac{m}{M} N_A kT.$$

Универсальная газовая постоянная:

$$R = N_A k = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$$

Уравнение состояния идеального газа:

$$pV = \frac{m}{M} RT.$$





Уравнение Менделеева-Клапейрона

$pV = \nu RT$ - уравнение Менделеева-Клапейрона (уравнение состояния идеального газа)

$R = 8,31 \frac{\text{Дж}}{\text{моль} \cdot \text{К}}$ - универсальная газовая постоянная

$$pV = \frac{m}{M} RT = \rho \cdot V$$

$$p = \frac{\rho}{M} RT$$

$$p = nkT$$

$$k = 1,38 \cdot 10^{-23} \frac{\text{Дж}}{\text{К}}$$

- постоянная Больцмана

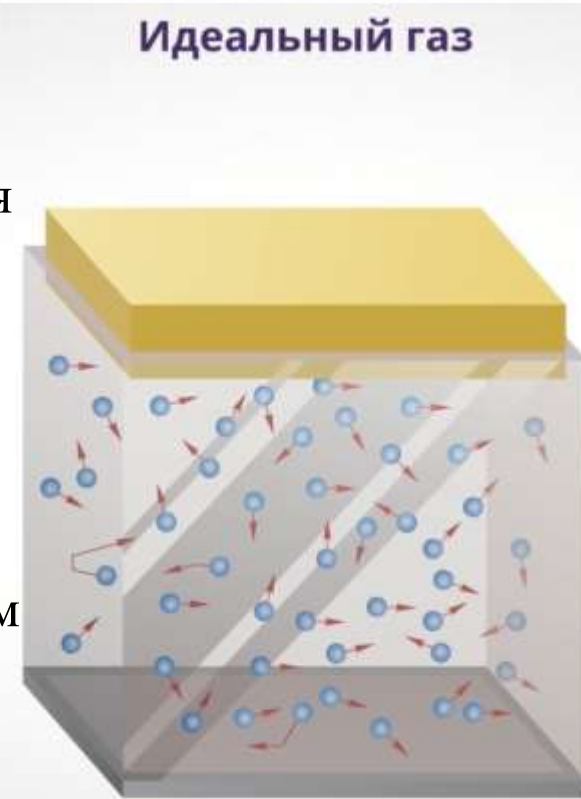
$$\frac{pV}{T} = \text{const}$$

- уравнение Клапейрона (объединенный газовый закон) $m = \text{const}$

Обратите внимание! Состояние данного газа некоторой массы однозначно определяется двумя его макроскопическими параметрами; третий параметр можно найти из уравнения Менделеева-Клапейрона.

Границы применимости

- Рассмотрение свойств газов в физике в первом приближении основывается на концепции **идеального газа**.
- **Идеальный газ** — это газ, в котором пренебрегают взаимодействием молекул газа между собой.
- **Идеальными** считают разреженные газы, особенно близкими к идеальным считают гелий и водород.
- **Идеальный газ** — это упрощенная математическая модель, которая широко применяется для описания свойств и поведения реальных газов при атмосферном давлении и комнатной температуре.
- **Давление p , объем V и температура T** — это основные параметры состояния системы, и они связаны друг с другом соотношением, при котором определяется данная связь (уравнением состояния данного газ.



- 1 Сосуд объёмом 10 л содержит смесь водорода и гелия общей массой 2 г. При температуре 27 °С давление в сосуде равно 200 кПа. Каково отношение массы водорода к массе гелия в смеси?

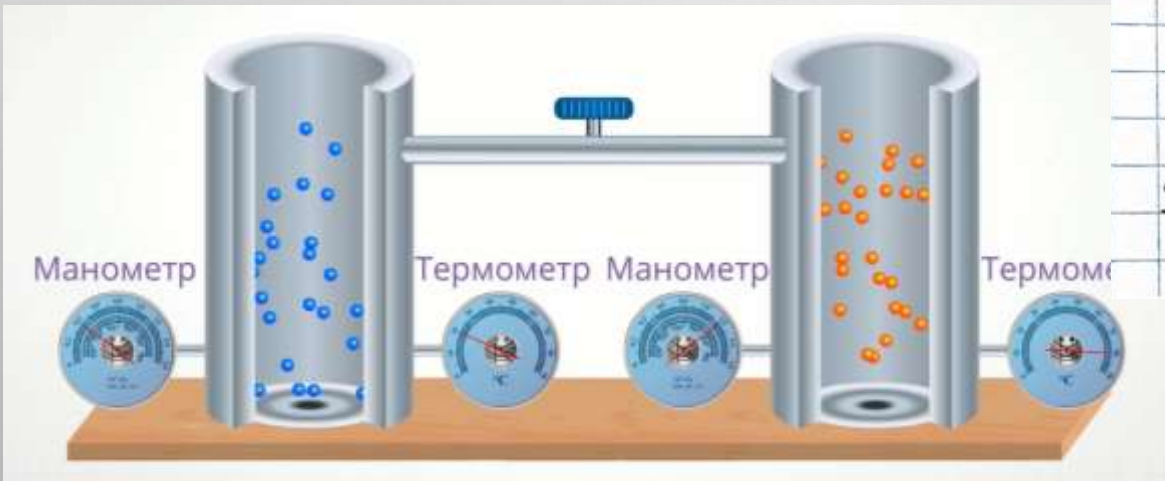
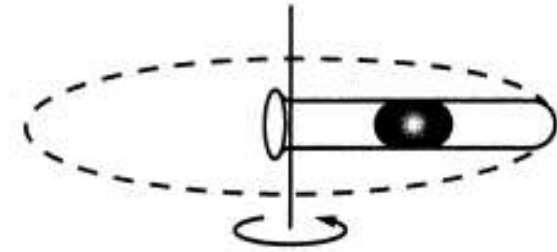
Дано:	СИ	Решение:
$V = 10 \text{ л}$	$10 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3$	Считаем газы (водород и гелий) идеальными, используем уравнение Менделеева-Клапейрона: $pV = \nu RT$, где $\nu = \nu_1 + \nu_2$ - количество вещества смеси газов $\nu_1 = \frac{m_1}{M_1}$ - кол-во в-ва водорода $\nu_2 = \frac{m_2}{M_2}$ - кол-во в-ва гелия
$m = 2 \text{ г}$	$T = 300 \text{ К}$	
$t = 27 \text{ °С}$		
$p = 2 \cdot 10^5 \text{ Па}$		
$M_1 = 2 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$		
$M_2 = 4 \frac{\text{г}}{\text{моль}}$		
$\frac{m_1}{m_2} = ?$		

$pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m_2}{M_2} \right) RT$
 Масса смеси: $m = m_1 + m_2 \Rightarrow m_2 = m - m_1$
 Тогда $pV = \left(\frac{m_1}{M_1} + \frac{m - m_1}{M_2} \right) RT$;
 $\frac{m_1}{M_1} + \frac{m - m_1}{M_2} = \frac{pV}{RT}$;
 $\frac{m_1 M_2 + m M_1 - m_1 M_1}{M_1 M_2} = \frac{pV}{RT}$;
 $\frac{m_1 (M_2 - M_1) + m M_1}{M_1 M_2} = \frac{pV}{RT}$;
 $m_1 = \frac{M_1 (pV M_2 - m RT)}{RT (M_2 - M_1)}$; $m_1 = \frac{2(2 \cdot 10^5 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 4 - 2 \cdot 8,31 \cdot 300)}{8,31 \cdot 300(4 - 2)} \approx$
 $\approx 1,2 \text{ г}$; $m_2 = 2 - 1,2 = 0,8 \text{ г}$; $\frac{m_1}{m_2} = \frac{1,2}{0,8} = 1,5$. Ответ: $\frac{m_1}{m_2} = 1,5$



2

В открытой пробирке, вращающейся в горизонтальной плоскости с угловой скоростью 10 с^{-1} вокруг вертикальной оси, проходящей через край пробирки, находится столбик ртути длиной $h = 2 \text{ см}$, центр которого отстоит от оси вращения на расстояние $r = 30 \text{ см}$. До какой угловой скорости надо раскрутить пробирку, чтобы при увеличении абсолютной температуры в 1,5 раза столбик ртути не сместился? Внешнее атмосферное давление $p_0 = 10^5 \text{ Па}$.



<p>Дано: $\omega_1 = 10 \text{ с}^{-1}$ $h = 2 \text{ см}$ $r = 30 \text{ см}$ $T_2 = 1,5 T_1$ $p_0 = 10^5 \text{ Па}$ $\rho = 13600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3}$</p> <hr/> <p>$\omega_2 = ?$</p>	<p>Решение:</p>
--	------------------------

Рассмотрим вращение пробирки в двух случаях;
 применим II закон Ньютона: $\Sigma F = m\vec{a}$ где m - масса
 столбика ртути. Ось X направим влево.

1) $\vec{F}_1 + \vec{F}_0 = m\vec{a}_{цет1}$

2) $\vec{F}_2 + \vec{F}_0 = m\vec{a}_{цет2}$

ОХ: $F_1 - F_0 = ma_{цет1}$

ОХ: $F_2 - F_0 = ma_{цет2}$

$F_1 = p_1 S$ - сила давления газа

$F_0 = p_0 \cdot S$ - сила давления атмосферы

$F_2 = p_2 S$ / в пробирке в первом и во втором случае

$m = \rho \cdot V = \rho \cdot S \cdot h$; $a_{цет1} = \omega_1^2 \cdot r$ > центростремительное
 $a_{цет2} = \omega_2^2 \cdot r$ > ускорение столбика ртути

Объединяя уравнения, получим:

$$\begin{cases} p_1 S - p_0 S = \rho S h \omega_1^2 r \\ p_2 S - p_0 S = \rho S h \omega_2^2 r \end{cases} / : S \Rightarrow \begin{cases} p_1 - p_0 = \rho h \omega_1^2 r \Rightarrow p_1 = p_0 + \rho h \omega_1^2 r (1) \\ p_2 - p_0 = \rho h \omega_2^2 r \Rightarrow p_2 = p_0 + \rho h \omega_2^2 r (2) \end{cases}$$

Считаем газ идеальным, применим уравнение Менделеева-Клапейрона для двух составных газа:

$p_1 V_0 = \nu R T_1 \Rightarrow p_1 = \frac{\nu R T_1}{V_0} (3)$

$p_2 V_0 = \nu R T_2 \Rightarrow p_2 = \frac{\nu R T_2}{V_0} (4)$

Приравняем (1)=(3), (2)=(4), получим:

$$\left. \begin{aligned} p_0 + \rho h \omega_1^2 r &= \frac{\nu R T_1}{V_0} \\ p_0 + \rho h \omega_2^2 r &= \frac{\nu R T_2}{V_0} \end{aligned} \right\} \text{поделим почленно: } \frac{p_0 + \rho h \omega_1^2 r}{p_0 + \rho h \omega_2^2 r} = \frac{T_1}{T_2}$$

$(p_0 + \rho h \omega_1^2 r) \cdot T_2 = (p_0 + \rho h \omega_2^2 r) T_1$

$\rho h \omega_2^2 r = 1,5(p_0 + \rho h \omega_1^2 r) - p_0$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{0,5 \cdot p_0 + 1,5 \rho h \omega_1^2 r}{\rho h r}}$

$\omega_2 = \sqrt{\frac{0,5 \cdot 10^5 \text{ Па} + 1,5 \cdot 13,600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,02 \text{ м} \cdot (10 \text{ с}^{-1})^2 \cdot 0,3 \text{ м}}{13,600 \frac{\text{кг}}{\text{м}^3} \cdot 0,02 \text{ м} \cdot 0,3 \text{ м}}} \approx 27,6 \text{ с}^{-1}$

Ответ: $\omega_2 \approx 27,6 \text{ с}^{-1}$

3

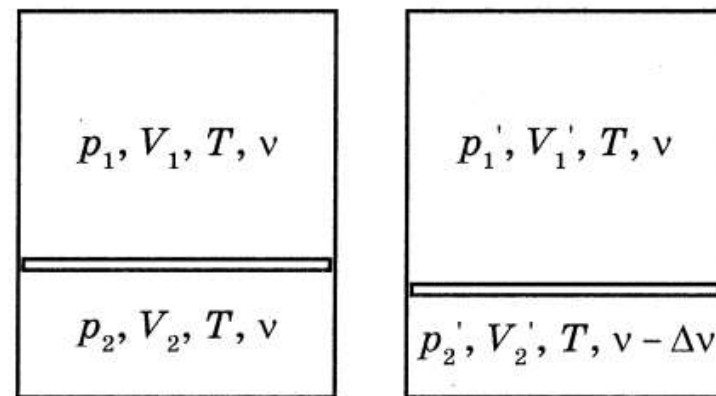
Вертикальный сосуд разделён массивным подвижным поршнем, способным перемещаться без трения. Если сосуд расположить вертикально, то отношение объёмов равно $\frac{V_1}{V_2} = 3/2$, если горизонтально, то $\frac{V_1'}{V_2'} = 5/4$. Определите массу поршня, если полный объём сосуда равен V , а количество вещества во второй части сосуда равно ν_2 . Температура T в сосуде остается неизменной. Площадь поршня S .

Возможное решение

1. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для газа в верхней и нижней частях сосуда в начальном равновесном состоянии:

$$p_1 V_1 = \nu RT, \quad p_2 V_2 = \nu RT,$$

где p_1, p_2 — давление воздуха в верхней и нижней частях сосуда, V_1, V_2 — объёмы верхней и нижней частей сосуда.



2. Запишем уравнение Менделеева — Клапейрона для газа в верхней и нижней частях сосуда после откачки воздуха:

$$p_1' V_1' = \nu RT, \quad p_2' V_2' = (\nu - \Delta \nu) RT,$$

где p_1', p_2' — давление воздуха в верхней и нижней частях сосуда, V_1', V_2' — объёмы верхней и нижней частей сосуда.

3. Условие механического равновесия поршня в начальном состоянии:

$p_2 - p_1 = \frac{Mg}{S}$, — а после откачки воздуха: $p_2' - p_1' = \frac{Mg}{S}$, где M — масса поршня, S — площадь его горизонтального сечения.

4. Из условия задачи: $V = V_1 + V_2 = V_1' + V_2'$,

$$\frac{V_1}{V_2} = 2; \frac{V_1'}{V_2'} = 3 \Rightarrow V_2 = \frac{V}{3}, V_1 = \frac{2V}{3}, V_2' = \frac{V}{4}, V_1' = \frac{3V}{4},$$

где V — объём всего сосуда.

5. После объединения записанных выше выражений получим уравнение:

$$\frac{3\nu RT}{V} - \frac{3\nu RT}{2V} = \frac{4(\nu - \Delta\nu)RT}{V} - \frac{4\nu RT}{3V},$$

откуда получим: $\Delta\nu = \frac{7\nu}{24} = \frac{7 \cdot 1}{24} \approx 0,29$ моль.

Ответ: $\Delta\nu \approx 0,29$ моль.

The background of the slide is a light gray gradient with several realistic water droplets of various sizes scattered across it. The droplets have highlights and shadows, giving them a three-dimensional appearance. A white rectangular box with a thin blue border is centered on the slide, containing the main text.

СПАСИБО ЗА ВНИМАНИЕ!

УДАЧИ НА ЭКЗАМЕНАХ!