

# Базовые задания ЕГЭ №21

Автор: Бебикова Светлана Николаевна   
Учитель математики МБОУ СШ №31

# Задачи на смекалку

-Задачи о числах

-Планиметрия

-Текстовые задачи

# Задачи о числах

№	задача	решение
1	Про натуральные числа $A$ , $B$ и $C$ известно, что каждое из них больше 6, но меньше 10. Загадали натуральное число, затем его умножили на $A$ , потом прибавили к полученному произведению $B$ и вычли $C$ . Получилось 186. Какое число было загадано?	<p><b>Решение.</b> Числа <math>A</math>, <math>B</math> и <math>C</math> могут быть равны 7, 8 или 9. Пусть загадали натуральное число <math>X</math>, тогда <math>X \cdot A + B - C = 186</math> или <math>X \cdot A = 186 + (C - B)</math>. Рассмотрим различные случаи.</p> <ol style="list-style-type: none"><li>1) <math>C - B = 0</math> (<math>7 - 7 = 0</math>, <math>8 - 8 = 0</math> или <math>9 - 9 = 0</math>), тогда <math>X \cdot A = 186</math>. Число 186 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.</li><li>2) <math>C - B = 1</math> (<math>8 - 7 = 1</math> или <math>9 - 8 = 1</math>), тогда <math>X \cdot A = 187</math>. Число 187 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.</li><li>3) <math>C - B = -1</math> (<math>7 - 8 = -1</math> или <math>8 - 9 = -1</math>), тогда <math>X \cdot A = 185</math>. Число 185 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.</li><li>4) <math>C - B = 2</math> (<math>9 - 7 = 2</math>), тогда <math>X \cdot A = 188</math>. Число 188 не делится нацело на 7, на 8 и на 9, значит, этот случай не подходит.</li><li>5) <math>C - B = -2</math> (<math>7 - 9 = -2</math>), тогда <math>X \cdot A = 184</math>. Число 184 делится нацело на <math>A = 8</math>, значит, <math>X = 23</math>.</li></ol> <p>Ответ: 23.</p>
2	В таблице три столбца и несколько строк. В каждую клетку таблицы вписали по натуральному числу так, что сумма всех чисел в первом столбце равна 72, во втором — 81, в третьем — 91, а сумма чисел в каждой строке больше 13, но меньше 16. Сколько всего строк в таблице?	<p><b>Решение.</b> Сумма всех чисел в таблице равна <math>72 + 81 + 91 = 244</math>. Сумма чисел в каждой строке может быть равна 14 или 15. В таблице не может быть больше, чем <math>\frac{244}{14} = 17\frac{6}{14} = 17\frac{3}{7}</math> строк. И не может быть меньше <math>\frac{244}{15} = 16\frac{4}{15}</math> строк. Следовательно, в таблице ровно 17 строк.</p> <p>Ответ: 17.</p>
3	Среднее арифметическое шести различных натуральных чисел равно 8. Среднее арифметическое этих чисел и седьмого числа равно 9. Чему равно седьмое число?	<p><b>Решение.</b> Сумма первых шести чисел равна <math>S_6 = 6 \cdot 8 = 48</math>. Запишем выражение для среднего арифметического семи чисел: <math>\frac{a_1 + a_2 + \dots + a_6 + a_7}{7} = \frac{S + a_7}{7} = 9</math>. Откуда <math>a_7 = 9 \cdot 7 - 48 = 15</math>.</p> <p>Ответ: 15.</p>
4	Если бы каждый из двух множителей увеличили на 1, их произведение увеличилось бы на 11. На сколько увеличится произведение этих множителей, если каждый из них увеличить на 2?	<p><b>Решение.</b> Пусть <math>a</math>, <math>b</math> — соответственно первое и второе число. При увеличении каждого из множителей на 1 их произведение увеличивается на 11:</p> $(a + 1)(b + 1) = ab + 11 \Leftrightarrow$ $\Leftrightarrow ab + a + b + 1 = ab + 11 \Leftrightarrow a + b = 10.$ <p>Найдём на сколько увеличится произведение этих множителей при увеличении каждого из них на 2:</p> $(a + 2)(b + 2) = ab + 2(a + b) + 4 = ab + 24.$ <p>Таким образом, при увеличении каждого из множителей на 2, их произведение увеличивается на 24.</p>

# Планиметрия

№ задача решение

1 Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

24	28
?	16

**Решение.**  
 Введём обозначения, как показано на рисунке. Периметр верхнего левого прямоугольника равен 24, поэтому  $2(a+c) = 24$ , аналогично,  $2(a+d) = 28$ ,  $2(b+d) = 16$ . При помощи полученной системы уравнений выразим значение  $b+c$ :

$$\begin{cases} a+c=12, \\ a+d=14, \\ b+d=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12-c, \\ d=14-a, \\ b+d=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12-c, \\ d=2+c, \\ b+c+2=8. \end{cases}$$

Из третьего уравнения получаем:  $b+c=6$ , следовательно, искомым периметр равен 12.

Ответ: 12.

**Приведем ещё одно решение.**  
 Нетрудно проверить, что суммы периметров расположенных на одной и другой диагоналях прямоугольника равны. Тогда  $24+16=?+28$ , а потому неизвестный периметр равен 12.

**Приведем ещё одно решение.**  
 Несложно понять, что разность периметров двух верхних прямоугольников равна разности периметров двух нижних. Поэтому  $28-24=16-?$ , откуда вытекает, что неизвестный периметр равен 12.

2 Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Площади трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 18, 15 и 20. Найдите площадь четвёртого прямоугольника.

18	15
?	20

**Решение.**  
 Введём обозначения, как показано на рисунке. Площадь верхнего левого прямоугольника равна 18, поэтому  $a \cdot c = 18$ , аналогично,  $c \cdot b = 15$ ,  $d \cdot b = 20$ . При помощи полученной системы уравнений выразим значение  $a \cdot d$ :

$$\begin{cases} a \cdot c = 18, \\ c \cdot b = 15, \\ d \cdot b = 20 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{18}{c}, \\ b = \frac{15}{c}, \\ d = \frac{20}{b} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a = \frac{20c}{15}, \\ a = \frac{18}{c}, \\ a \cdot d = \frac{20 \cdot c \cdot 18}{15 \cdot c} = 24. \end{cases}$$

Из третьего уравнения получаем:  $a \cdot d = 24$ , следовательно, искомая площадь равна 24.

Ответ: 24.

3 Три луча, выходящие из одной точки, разбивают плоскость на 3 разных угла, измеряемых целым числом градусов. Наибольший угол в 2 раза больше наименьшего. Сколько значений может принимать величина среднего угла?

**Решение.**  
 Пусть  $\alpha$  — величина наименьшего угла,  $\beta$  — величина среднего угла, тогда  $2\alpha$  — величина наибольшего угла. Полный угол равен  $360^\circ$ , следовательно,  $\alpha + \beta + 2\alpha = 360^\circ$ , откуда  $\beta = 360^\circ - 3\alpha$ . Средний угол должен быть больше меньшего угла и меньше большего, то есть:

$$\begin{cases} \beta > \alpha, \\ \beta < 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 360^\circ - 3\alpha > \alpha, \\ 360^\circ - 3\alpha < 2\alpha \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} 72^\circ < \alpha < 90^\circ. \end{cases}$$

Угол  $\alpha$  принимает только значения, измеряемые целым числом градусов. В диапазоне от 72 до 90 градусов таких значений 17 (не включая 72 и 90 градусов). Следовательно, угол  $\beta$  тоже может принимать 17 значений.

Ответ: 17.

4 Прямоугольник разбит на четыре меньших прямоугольника двумя прямолинейными разрезами. Периметры трёх из них, начиная с левого верхнего и далее по часовой стрелке, равны 24, 28 и 16. Найдите периметр четвёртого прямоугольника.

24	28
?	16

**Решение.**  
 Введём обозначения, как показано на рисунке. Периметр верхнего левого прямоугольника равен 24, поэтому  $2(a+c) = 24$ , аналогично,  $2(a+d) = 28$ ,  $2(b+d) = 16$ . При помощи полученной системы уравнений выразим значение  $b+c$ :

$$\begin{cases} a+c=12, \\ a+d=14, \\ b+d=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12-c, \\ d=14-a, \\ b+d=8 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} a=12-c, \\ d=2+c, \\ b+c+2=8. \end{cases}$$

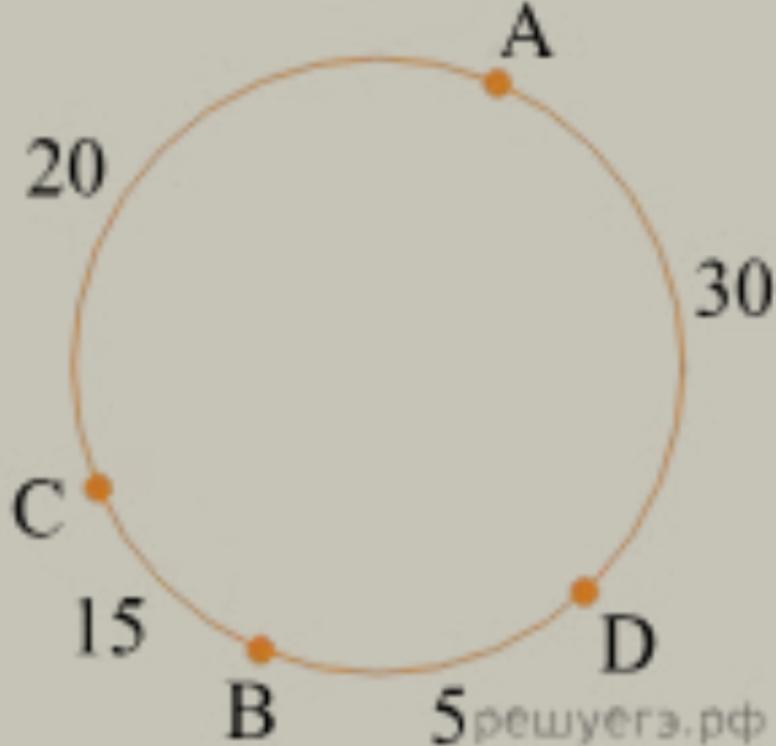
Из третьего уравнения получаем:  $b+c=6$ , следовательно, искомым периметр равен 12.

Ответ: 12.

# Текстовые задачи

№	задача	решение
1	Улитка за день залезает вверх по дереву на 3 м, а за ночь спускается на 2 м. Высота дерева 10 м. За сколько дней улитка поднимется на вершину дерева?	<p>За первый день улитка поднимется на 3 м и опустится на 2 м. То есть к началу следующего дня она окажется на высоте 1 м. На следующий день улитка вновь проползёт 3 м и за ночь опустится на 2 м. Таким образом, через семь дней и семь ночей улитка окажется на высоте 7 м, и за восьмой день поднимется до вершины дерева на высоту 10 м.</p> <p>Ответ: 8.</p> <p>или</p> <p>1) <math>3\text{м} - 2\text{м} = 1\text{м}</math> (за 1 день)</p> <p>2) <math>10\text{м} - 3\text{м} = 7\text{м}</math> (за семь дней)</p> <p>3) следовательно на 8-ой день достигнем 10 метров</p> <p>Ответ: 8</p>
2	На палке отмечены поперечные линии красного, жёлтого и зелёного цвета. Если распилить палку по красным линиям, получится 15 кусков, если по жёлтым — 5 кусков, а если по зелёным — 7 кусков. Сколько кусков получится, если распилить палку по линиям всех трёх цветов?	<p>Если распилить палку по красным линиям, то получится 15 кусков, следовательно, линий — 14.</p> <p>Если распилить палку по жёлтым — 5 кусков, следовательно, линий — 4.</p> <p>Если распилить по зелёным — 7 кусков, линий — 6.</p> <p>Всего линий: <math>14 + 4 + 6 = 24</math> линии,</p> <p>следовательно, кусков будет 25.</p>
3	В корзине лежит 40 грибов: рыжики и грузди. Известно, что среди любых 17 грибов имеется хотя бы один рыжик, а среди любых 25 грибов хотя бы один груздь. Сколько рыжиков в корзине?	<p>Груздей максимум 16 (иначе можно было бы взять 17 груздей и условие бы не выполнилось). Рыжиков максимум 24 (иначе можно было бы взять 25 рыжиков в нарушение условия).</p> <p>Известно, что в корзине всего 40 грибов. Поэтому груздей ровно 16, а рыжиков ровно 24.</p>
4	На поверхности глобуса фломастером проведены 12 параллелей и 22 меридиана. На сколько частей проведённые линии разделили поверхность глобуса?  Меридиан — это дуга окружности, соединяющая Северный и Южный полюсы. Параллель — это окружность, лежащая в плоскости, параллельной плоскости экватора.	<p>Двенадцать параллелей разделили глобус на 13 частей, следовательно, <math>13 \cdot 22 = 286</math> — на столько частей разделит глобус 12 параллелей и 22 меридиана.</p>

# Текстовые задачи

№	задача	решение
5	<p>На кольцевой дороге расположены четыре бензоколонки: А, В, С и D. Расстояние между А и В — 35 км, между А и С — 20 км, между С и D — 20 км, между D и А — 30 км (все расстояния измеряются вдоль кольцевой дороги в кратчайшую сторону). Найдите расстояние между В и С. Ответ дайте в километрах.</p>	<p>Расположим А, В, С, D вдоль кольцевой дороги по очереди так, чтобы расстояния соответствовали данным в условии. Всё хорошо, кроме расстояния между D и А. Чтобы оно было таким, каким нужно, подвинем D и поставим между В и А нужным образом. Тогда между В и С будет 15 км.</p>  <p>The diagram shows a circular road with four gas stations labeled A, B, C, and D. The distances between them are: A to B is 35 km, A to C is 20 km, C to D is 20 km, and D to A is 30 km. The distance between B and C is 15 km. The text '5решуегэ.рф' is visible at the bottom of the diagram.</p>
6	<p>В обменном пункте можно совершить одну из двух операций:</p> <ol style="list-style-type: none"><li>за 3 золотых монеты получить 4 серебряных и одну медную;</li><li>за 6 серебряных монет получить 4 золотых и одну медную.</li></ol> <p>У Николы были только серебряные монеты. После посещения обменного пункта серебряных монет у него стало меньше, золотых не появилось, зато появилось 35 медных. На сколько уменьшилось количество серебряных монет у Николы?</p>	<p>Пусть Никола сделал сначала <math>x</math> операций второго типа, а затем <math>y</math> операций первого типа. Тогда имеем:</p> $\begin{cases} 4x - 3y = 0, & \text{количество золотых монет не изменилось,} \\ x + y = 35, & \text{медных стало на 35 больше.} \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 15, \\ y = 20. \end{cases}$ <p>Тогда серебряных монет стало на больше, то есть на 10 меньше.</p> $4y - 6x = 80 - 90 = -10$ <p>Порядок совершения операций не важен. Важно только, что начать Никола должен был с операции второго типа, потому что у него были только серебряные монеты. Потом он мог делать операции первого и второго типа в любом порядке, но при этом операции первого типа - только по мере появления у него золотых монет.</p>
7	<p>Саша пригласил Петю в гости, сказав, что живёт в седьмом подъезде в квартире № 462, а этаж сказать забыл. Подойдя к дому, Петя обнаружил, что дом семизэтажный. На каком этаже живёт Саша? (На каждом этаже число квартир одинаково, номера квартир в доме начинаются с единицы.)</p>	<p>Поскольку в первых 7 подъездах не меньше 462 квартир, в каждом подъезде не меньше <math>462 : 7 = 66</math> квартир. Следовательно, на каждом из 7 этаже в подъезде не меньше 9 квартир.</p> <p>Пусть на каждой лестничной площадке по 9 квартир. Тогда в первых семи подъездах всего <math>9 \cdot 7 \cdot 7 = 441</math> квартира, и квартира 462 окажется в восьмом подъезде, что противоречит условию.</p> <p>Пусть на каждой площадке по 10 квартир. Тогда в первых семи подъездах <math>10 \cdot 7 \cdot 7 = 490</math> квартир, а в первых шести — 420. Следовательно, квартира 462 находится в седьмом подъезде. Она в нем 42-ая по счету, поскольку на этаже по 10 квартир, она расположена на пятом этаже.</p> <p>Если бы на каждой площадке было по 11 квартир, то в первых шести подъездах оказалось бы <math>11 \cdot 7 \cdot 6 = 462</math> квартиры, то есть 462 квартира в шестом подъезде, что противоречит условию.</p>

# Текстовые задачи

№	задача	решение
9	Кузнечик прыгает вдоль координатной прямой в любом направлении на единичный отрезок за прыжок. Сколько существует различных точек на координатной прямой, в которых кузнечик может оказаться, сделав ровно 6 прыжков, начиная прыгать из начала координат?	Заметим, что кузнечик может оказаться только в точках с чётными координатами, поскольку число прыжков, которое он делает, — чётно. Максимально кузнечик может оказаться в точках, модуль которых не превышает шести. Таким образом, кузнечик может оказаться в точках: $-6, -4, -2, 0, 2, 4$ и $6$ ; всего 7 точек.
10	Хозяин договорился с рабочими, что они выкопают ему колодец на следующих условиях: за первый метр он заплатит им 4200 рублей, а за каждый следующий метр — на 1300 рублей больше, чем за предыдущий. Сколько рублей хозяин должен будет заплатить рабочим, если они выкопают колодец глубиной 11 метров?	Последовательность цен за метр — арифметическая прогрессия с первым членом $a_1=4200$ и разностью $d=1300$ . Сумма первых $n$ членов арифметической прогрессии вычисляется по формуле $S_n = \frac{2a_1 + (n-1)d}{2}n.$ В нашем случае имеем: $S_{11} = \frac{2 \cdot 4200 + 10 \cdot 1300}{2} \cdot 11 = 117700.$ Тем самым, цена работы составляет 117 700 руб. Ответ: 117 700.
11	Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 10 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 42 очка, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?	<b>Решение.</b> Пусть ученик дал $x$ правильных ответов, $y$ неправильных ответов ( $y \geq 1$ ) и на $z$ вопросов не ответил. Тогда $x + y + z = 25.$ За каждый правильный ответ он получал 7, за неправильный $(-10)$ , за неосвоенный вопрос — 0 очков. Поэтому: $7x - 10y + 0z = 42.$ Отсюда имеем: $10y = 7x - 42 = 7(x - 6)$ . Так как число $7(x - 6)$ делится на 7, то и $10y$ делится на 7. Рассмотрим два случая: Если $y = 7$ , тогда $x - 6 = 10$ , то есть $x = 6 + 10 = 16$ . Тогда из первого уравнения: $z = 25 - x - y = 25 - 16 - 7 = 2.$ Если $y = 14$ , тогда $7(x - 6) = 140$ , то есть количество правильно отвеченных вопросов $x = 20 + 6 = 26 > 25$ . Это противоречит условию задачи. Таким образом, ученик правильно ответил на 16 вопросов. Ответ: 16.
12	В магазине квас на разлив можно купить в бутылках, причём стоимость кваса в бутылке складывается из стоимости самой бутылки и кваса, налитого в неё. Цена бутылки не зависит от её объёма. Бутылка кваса объёмом 1 литр стоит 36 рублей, объёмом 2 литра — 66 рублей. Сколько рублей будет стоить бутылка кваса объёмом 1,5 литра?	Пусть стоимость бутылки $x$ , стоимость кваса за литр $y$ . Имеем систему уравнений: $\begin{cases} x + y = 36, \\ x + 2y = 66 \end{cases} \Leftrightarrow \begin{cases} x = 6, \\ y = 30. \end{cases}$ Тогда бутылка кваса объёмом 1,5 литра будет стоить $6 + 30 \cdot 1,5 = 51$ рубль. Ответ: 51

# Текстовые задачи

№	задача	решение
13	<p>Клетки таблицы 6x6 раскрашены в чёрный и белый цвета так, что получилось 30 пар соседних клеток разного цвета и 16 пар соседних клеток чёрного цвета. (Клетки считаются соседними, если у них есть общая сторона.) Сколько пар соседних клеток белого цвета?</p>	<p>Угловые клетки имеют по 2 соседа, таких клеток в таблице 4, значит, всего пар <math>2 \cdot 4 = 8</math>.</p> <p>Крайние клетки (не угловые) имеют по 3 пары, таких клеток 16, значит, всего пар <math>16 \cdot 3 = 48</math>.</p> <p>Все остальные клетки имеют по 4 пары, таких клеток <math>36 - 4 - 16 = 16</math>, то есть 64 пары.</p> <p>Всего имеем пар <math>8 + 48 + 64 = 120</math>.</p> <p>В приведенных расчетах все пары взяты дважды (так как учитывались все клетки). Таким образом, уникальных пар <math>120 : 2 = 60</math>. Поэтому пар белого цвета <math>60 - 30 - 16 = 14</math>.</p>
14	<p>Десять столбов соединены между собой проводами так, что от каждого столба отходит ровно 4 провода. Сколько всего проводов протянуто между этими десятью столбами?</p>	<p>От каждого столба отходит по 4 провода, следовательно, всего будет <math>10 \times 4 = 40</math> соединений. Заметим, что каждые два столба связаны одни проводом, поэтому между этими десятью столбами будет протянуто всего <math>40/2 = 20</math> проводов.</p>
15	<p>Из книги выпало несколько идущих подряд листов. Номер последней страницы перед выпавшими листами — 328, номер первой страницы после выпавших листов записывается теми же цифрами, но в другом порядке. Сколько листов выпало?</p>	<p>Из числа 328 можно составить числа 382, 238, 283, 832, 823. Числа 238 и 283 не подходят, поскольку они меньше числа 328. Номер первой страницы после выпавших листов должен быть нечётным, поскольку номер последней страницы перед выпавшими листами чётный. Следовательно, нам подходит только число 823. Вычтем из числа 823 одну страницу, поскольку страница 823 не выпала, а является первой страницей после выпавших листов. Теперь можно найти количество выпавших листов: <math>(823 - 1 - 328) / 2 = 247</math></p>

# Текстовые задачи

№	задача	решение
16	Миша, Коля и Лёша играют в настольный теннис: игрок, проигравший партию, уступает место игроку, не участвовавшему в ней. В итоге оказалось, что Миша сыграл 10 партий, а Коля — 21. Сколько партий сыграл Лёша?	Больше всех партий сыграл Коля, следовательно, было сыграно не менее 21 партии.  В одной из первых двух партий должен был участвовать Миша, значит, было сыграно не более $2 \times 10 + 1 = 21$ партии.  Значит, Коля участвовал в каждой сыгранной партии. Таким образом, Лёша сыграл $21 - 10 = 11$ партий.  Ответ: 11.
17	На ленте по разные стороны от середины отмечены две тонкие поперечные полоски: синяя и красная. Если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 30 см длиннее другой. Если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 50 см длиннее другой. Найдите расстояние (в сантиметрах) между красной и синей полосками.	Обозначим через $x$ расстояние от начала ленты до синей полоски, через $y$ — расстояние от синей полоски до красной полоски, через $z$ — от красной полоски до конца ленты. Из условия, что если разрезать ленту по красной полоске, то одна часть будет на 30 см длиннее другой получим уравнение $x + y - z = 30$  Из условия что если разрезать ленту по синей полоске, то одна часть будет на 50 см длиннее другой получим уравнение $x + z - y = 50$  Решим систему уравнений:  $x + y - z = 30$  $x + z - y = 50$  $y = 40$  Следовательно, расстояние между красной и синей полосками равно 40 см.
18	Взяли несколько досок и распилили их (за один распил можно распилить только одну доску). Всего сделали 11 поперечных распилов, в итоге получилось 16 кусков. Сколько досок взяли?	Каждый поперечный распил добавляет один кусок к уже имеющимся, следовательно, изначально было $16 - 11 = 5$ досок.  Ответ: 5.
19	В конце четверти Петя выписал подряд все свои отметки по одному из предметов, их оказалось 5, и поставил между некоторыми из них знаки умножения. Произведение получившихся чисел оказалось равным 690. Какая отметка выходит у Пети в четверти по этому предмету, если учитель ставит только отметки «2», «3», «4» или «5» и итоговая отметка в четверти является средним арифметическим всех текущих отметок, округлённая по правилам округления? (Например, 3,2 округляется до 3; 4,5 — до 5; а 2,8 — до 3.)	Разложим число 690 на множители так, чтобы получившиеся множители состояли только из чисел 2, 3, 4, 5, или чисел в десятичной записи которых есть только цифры 2, 3, 4, 5, и общее количество цифр в произведении было равно пяти: $690 = 2 \cdot 5 \cdot 23 \cdot 3$ . Следовательно, учитель поставил Пете отметки 2, 5, 2, 3 и 3. Среднее арифметическое этих оценок:  $(2 + 5 + 2 + 3 + 3) / 5 = 3$
20	В доме всего пятнадцать квартир с номерами от 1 до 15. В каждой квартире живёт не менее одного и не более трёх человек. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, а в квартирах с 11-й по 15-ю включительно живёт суммарно 13 человек. Сколько всего человек живёт в этом доме?	В квартире могут жить один, два или три человека. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, следовательно, в 10 квартирах живёт по одному человеку, а в оставшихся двух квартирах живёт суммарно 4 человека. В квартирах с 11-й по 15-ю включительно живёт суммарно 13 человек, следовательно, в трёх квартирах живёт по три человека, а в оставшихся двух живёт суммарно 4 человека. Рассмотренные множества квартир пересекаются по квартирам 11 и 12, значит, именно в квартирах 11 и 12 в сумме живёт 4 человека. Таким образом, получаем, что всего в доме живёт $10 \cdot 1 + 4 + 3 \cdot 3 = 23$ человек.  Ответ: 23.

# Текстовые задачи

№	задача	решение
21	Из десяти стран четыре подписали договор о дружбе ровно с пятью другими странами, а каждая из оставшихся шести — ровно с тремя. Сколько всего было подписано договоров?	Четыре страны поставили $4 \cdot 5 = 20$ подписей. А оставшиеся шесть стран поставили $6 \cdot 3 = 18$ подписей. Ясно, что договоров в два раза меньше, чем общее количество подписей, то есть всего было подписано $(20 + 18)/2 = 19$ договоров. Ответ: 19.
22	Петя меняет маленькие фишки на большие. За один обмен он получает 3 большие фишки, отдав 10 маленьких. До обменов у Пети было 100 фишек (среди них были и большие, и маленькие), а после стало 65. Сколько обменов он совершил?	За один обмен количество фишек у Пети уменьшается на $10 - 3 = 7$ штук. Следовательно, Петя совершил $(100 - 65)/7 = 5$ обменов.
23	Маша и Медведь съели 120 печений и банку варенья, начав и закончив одновременно. Сначала Маша ела варенье, а Медведь — печенье, но в какой-то момент они поменялись. Медведь и то, и другое ест в три раза быстрее Маши. Сколько печений съел Медведь, если варенья они съели поровну?	Маша и Медведь съели варенья поровну, следовательно, Маша потратила на поедание варенья в три раза больше времени, чем Медведь. Всё то время пока Маша ела варенье, Медведь ел печенье, причём в три раза быстрее, чем ест печенье Маша, то есть Медведь съел в $3 \cdot 3 = 9$ раз больше печеня. Пусть $x$ — количество печений, которое съела Маша, тогда получаем уравнение: $x + 9x = 120$ , откуда $x = 12$ . Значит, Медведь съел $12 \cdot 9 = 108$ печений. Ответ: 108.
24	На прилавке цветочного магазина стоят 3 вазы с розами: оранжевая, белая и синяя. Слева от синей вазы 15 роз, справа от белой вазы 11 роз. Всего в вазах 23 розы. Сколько роз в оранжевой вазе?	Выясним относительное расположение ваз с розами. Будем обозначать вазу первой буквой ее цвета. Возможны 6 вариантов: С–Б–О, С–О–Б, Б–С–О, Б–О–С, О–Б–С и О–С–Б. Поскольку слева от синей вазы и справа от белой вазы есть цветы, варианты, начинающиеся с С или заканчивающиеся Б, не подходят. Остаются три возможности: Б–С–О, Б–О–С и О–Б–С. Кроме того, не подходит вариант, когда синяя ваза стоит правее белой: в этом случае справа от белой вазы больше 11 роз. Остается единственный вариант Б–О–С. Будем также обозначать количество роз в вазе соответствующей буквой. Тогда получим систему уравнений: $\begin{aligned} Б+О &= 15 \\ О+С &= 11 \\ Б+О+С &= 23 \end{aligned}$ решив систему получаем $Б=12, С=8, О=3$ . Таким образом, в оранжевой вазе 3 розы. Ответ: 3.

# Текстовые задачи

№	задача	решение
25	<p>В доме всего 14 квартир с номерами от 1 до 14. В каждой квартире живёт не менее 1 и не более 4 человек. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, а в квартирах с 11-й по 14-ю включительно живёт суммарно 12 человек. Сколько всего человек живут в этом доме?</p>	<p>В квартире могут жить один, два, три или четыре человека. В квартирах с 1-й по 12-ю включительно живёт суммарно 14 человек, следовательно, в 10 квартирах живёт по одному человеку, а в оставшихся двух квартирах живёт суммарно 4 человека. В квартирах с 11-й по 14-ю включительно живёт суммарно 12 человек, следовательно, в двух квартирах живёт по два человека, а в оставшихся живёт суммарно 8 человек. Рассмотренные множества квартир пересекаются по квартирам 11 и 12, значит, именно в квартирах 11 и 12 в сумме живёт 4 человека. Таким образом, получаем, что всего в доме живёт <math>10 \cdot 1 + 4 + 4 \cdot 2 = 22</math> человека.</p> <p>Ответ: 22.</p>
26		
27		

# Задача 1

Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 9 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 56 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

Обозначим через  $n$  число верных ответов, а через  $m$  – число неверных, причем  $m > 0$  (так как ученик, по крайней мере, один раз ошибся). Тогда общее число набранных очков, равно:  $n \cdot 7 - m \cdot 9 = 56$

откуда  $n = (56 + 9 \cdot m) / 7$

По заданию нужно выбрать такое целое  $m$ , чтобы получить целое  $n$ . Выберем значение  $m = 7$ , так как  $9 \cdot 7 : 7 = 9$  – целое число и  $56 : 7 = 8$  – целое число. Тогда:  $n = (56 + 9 \cdot 7) / 7 = 8 + 9 = 17$

Проверяем:  $17 \cdot 7 - 7 \cdot 9 = 7 \cdot (17 - 9) = 56$

верно.

**Ответ:** 17.

# Задача

Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 9 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 56 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

Краткая запись:

(+) 7баллов

(-) -9 балов

(0) 0 баллов

Всего 56 очков

# Задача

Список заданий викторины состоял из 25 вопросов. За каждый правильный ответ ученик получал 7 очков, за неправильный ответ с него списывали 9 очков, а при отсутствии ответа давали 0 очков. Сколько верных ответов дал ученик, набравший 56 очков, если известно, что по крайней мере один раз он ошибся?

Решение:

1)  $56+9=65$ - не делится на 7

5)  $92+9=101$

2)  $65+9=74$

6)  $101+9=110$

3)  $74+9=83$

7)  $110+9=119$ -кратно 7-ти

4)  $83+9=92$

8)  $119/7=17$ -верных ответов

Такой способ доступен, понятен и легко запомнят учащиеся.

# Задача 2

Во всех подъездах дома одинаковое число этажей, а на всех этажах одинаковое число квартир. При этом число этажей в доме больше числа квартир на этаже, число квартир на этаже больше числа подъездов, а число подъездов больше одного. Сколько этажей в доме, если всего в нём 105 квартир?

## Решение

Пусть  $a$ -этажей,  $b$ -квартир,  $c$ -подъездов. Тогда по условию задачи:  $a > b > c > 1$

Разложим на простые множители число 105

$$105 = 5 \times 3 \times 7$$

так как  $7 > 5 > 3 > 1$  следовательно этажей-7, квартир -5, и подъездов -3

- Ответ :7

# Задача 3

Улитка за день заползает **вверх по дереву на 4 м**, а за **ночь сползает на 3 м**. Высота дерева **10 м**. За сколько дней улитка впервые доползёт до вершины дерева?

## Решение

1)  $4 - 3 = 1$  м - за 1 день

2)  $10 - 4 = 6$  м - за 6 дней

Следовательно на 7 день достигнем 10 метров

- Ответ: 7

Спасибо за внимание