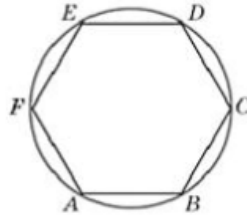
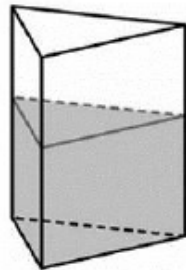
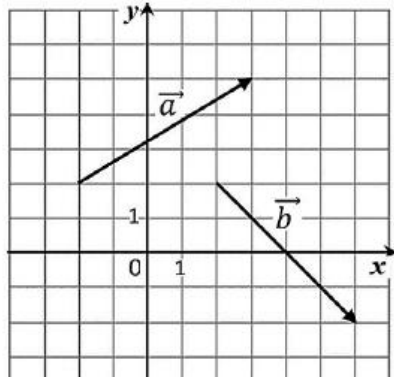


- 1] Периметр правильного шестиугольника равен 72. Найдите диаметр описанной окружности.



- 2] На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите скалярное произведение  $\vec{a} \cdot \vec{b}$ .



- 3] Сосуд, имеющий форму правильной треугольной призмы, налили  $1500 \text{ см}^3$  воды и погрузили в воду деталь. При этом уровень воды поднялся с отметки 20 см до отметки 25 см. Найдите объем детали. Ответ выразите в  $\text{см}^3$ .

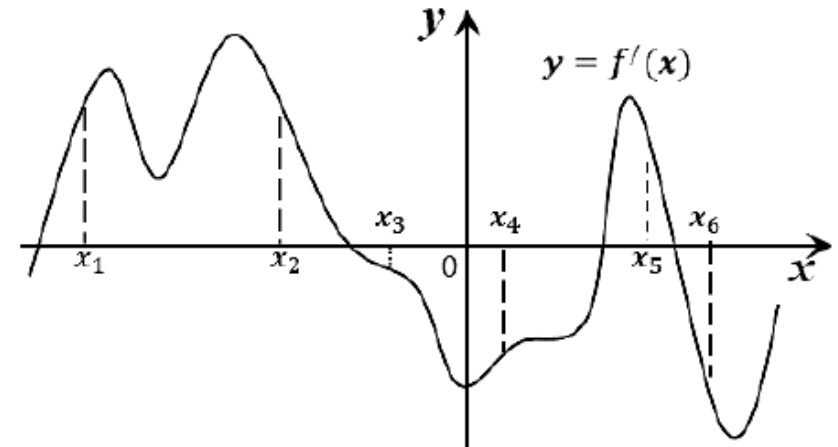
- 5] Игральную кость бросают два раза. Известно, что 3 очка не выпало ни разу. Найдите при этом условии вероятность события «сумма выпавших очков равна 8».

- 4] Дима, Марат, Петя, Надя и Света бросили жребий — кому начинать игру. Найдите вероятность того, что начинать игру должен будет мальчик.

- 6] Решите уравнение  $\sqrt{21 - 4x} = -x$   
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите больший из них.

- 7] Найдите значение выражения  $\log_{\sqrt{5}}^2 25$

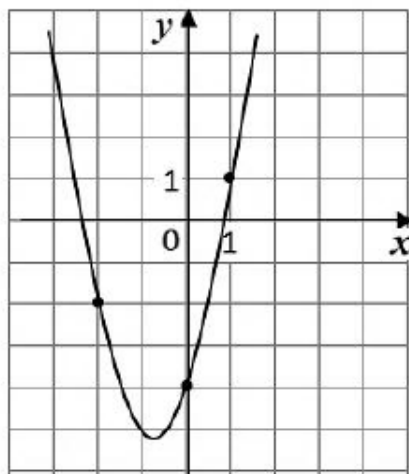
- 8] На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  — производной функции  $f(x)$ . На оси абсцисс отмечено шесть точек:  $x_1, x_2, x_3, x_4, x_5, x_6$ . Сколько из этих точек принадлежит промежуткам возрастания функции  $f(x)$ ?



- 9] Груз массой  $0,08 \text{ кг}$  колеблется на пружине со скоростью, меняющейся по закону  $v(t) = v_0 \sin \frac{2\pi t}{T}$ , где  $t$  — время с момента начала колебаний в секундах,  $T = 12 \text{ с}$  — период колебаний,  $v_0 = 0,5 \text{ м/с}$ . Кинетическая энергия груза, измеряемая в джоулях, вычисляется по формуле  $E = \frac{mv^2}{2}$ , где  $m$  — масса груза (в кг),  $v$  — скорость груза (в м/с). Найдите кинетическую энергию груза через 1 секунду после колебаний. Ответ дайте в джоулях.

- 10] Имеется два сплава. Первый сплав содержит 5% никеля, второй — 20% никеля. Из этих двух сплавов получили третий сплав массой  $225 \text{ кг}$ , содержащий 15% никеля. На сколько килограммов масса первого сплава меньше массы второго?

- 11] На рисунке изображен график функции  $f(x) = 2x^2 + bx + c$ . Найдите  $f(-5)$ .



- 12] Найдите точку максимума функции  $y = (x + 5)^2 e^{7-x}$

Часть 2

- 13] а) Решите уравнение  $2 \sin^3 x + \sqrt{2} \cos 2x + \sin x = \sqrt{2}$ .  
 б) Найдите корни этого уравнения, принадлежащие  $[-\frac{7\pi}{2}; -2\pi]$ .

- 14] В одном основании прямого кругового цилиндра с высотой 3 и радиусом основания 8 проведена хорда  $AB$ , равная радиусу основания, а в другом его основании проведён диаметр  $CD$ , перпендикулярный  $AB$ . Построено сечение  $ABNM$ , проходящее через прямую  $AB$  перпендикулярно прямой  $CD$  так, что точка  $C$  и центр основания цилиндра, в котором проведён диаметр  $CD$ , лежат с одной стороны от сечения.

- а) Докажите, что диагонали этого сечения равны между собой.  
 б) Найдите объём пирамиды  $CABNM$ .

- 15] Решите неравенство

$$(\log_{0,1}^2(x + 5) - \lg(x^2 + 10x + 25) + 1) \cdot \lg(x + 4) \leq 0$$

- 16] В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на 700 тыс. руб. на 10 лет. Условия его возврата таковы:  
 — каждый январь долг увеличивается на  $r\%$  по сравнению с концом предыдущего года ( $r$  — целое число);

- с февраля по июнь каждого года необходимо выплатить одним платежом часть долга;  
 — в июле каждого из годов 2026, 2027, 2028, 2029, 2030 долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;  
 — в июле 2030 года долг должен составлять 600 тыс. руб.;  
 — в июле каждого из годов 2031, 2032, 2033, 2034, 2035 долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше по сравнению с июлем предыдущего года;  
 — к июлю 2035 года кредит должен быть выплачен полностью.  
 Известно, что сумма выплат по кредиту составит 1720 тыс. руб. Найдите, сколько рублей составит платёж в 2035 году.

- 17] В трапеции  $ABCD$  основание  $AD$  в два раза больше основания  $BC$ . Внутри трапеции взяли точку  $M$  так, что углы  $ABM$  и  $DCM$  прямые.

- а) Докажите, что  $AM=DM$ .  
 б) Найдите угол  $BAD$ , если угол  $ADC$  равен  $70^\circ$ , а расстояние от точки  $M$  до прямой  $AD$  равно стороне  $BC$ .

- 18] Найдите значения  $a$ , при каждом из которых множество решений неравенства

$$\frac{5 - a + (a^2 + 2a - 1) \cos x}{\sin^2 x + a^2 + 2} < 1$$

содержит отрезок  $[\frac{2\pi}{3}; \frac{3\pi}{2}]$ .

- 19] Дано квадратное уравнение  $x^2 + px + q = 0$ , имеющие два различных натуральных корня.

- а) При  $q=55$ , найдите все различные возможные значения  $p$ .  
 б) При  $p + q=30$ , найдите все различные возможные значения  $q$ .  
 в) При  $q^2 - p^2=2108$ , найдите все возможные корни уравнения.