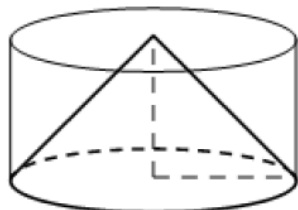
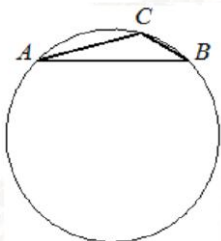


Вариант 1 2025

- 1 В треугольнике ABC сторона AB равна $3\sqrt{2}$, угол C равен 135° . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



- 2 Даны векторы $\vec{a} (2; -5)$, $\vec{b} (6; 3)$ и $\vec{c} (4; 7)$. Найдите длину вектора $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$.

- 3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна $5\sqrt{2}$. Найдите площадь боковой поверхности конуса.

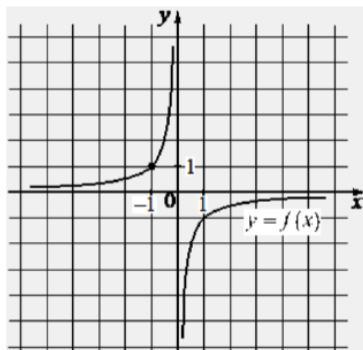
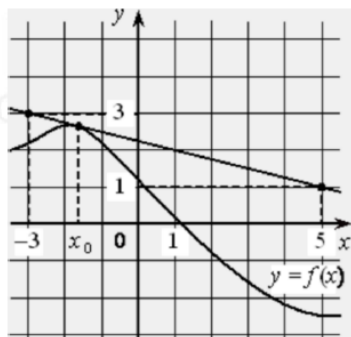
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19.

- 5 В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

- 6 Найдите корень уравнения $\frac{1}{2x-5} = \frac{1}{4x+13}$.

- 7 Найдите значение выражения $4 \log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8$.

- 8 На рисунке изображены график функции $y = f(x)$ и касательная к нему в точке с абсциссой x_0 . Найдите значение производной функции $f(x)$ в точке x_0 .



- 9 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием $f = 20$ см. Расстояние d_1 от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние d_2 от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

- 10 Имеется два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

- 11 На рисунке изображён график функции вида $f(x) = \frac{k}{x}$. Найдите значение $f(10)$.

- 12 Найдите наименьшее значение функции $y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x}$ на отрезке $[0; 6]$.

2 часть

- 13 а) Решите уравнение

$$4\cos^3 x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 3 \cos x = 2\sqrt{3}.$$

б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку $[2\pi; \frac{7\pi}{2}]$.

- 14 Точка E лежит на высоте SO , а точка F – на боковом ребре SC правильной четырёхугольной пирамиды $SABCD$, причём $SE:EO = SF:FC = 2:1$.

а) Докажите, что плоскость BEF пересекает ребро SD в его середине.

б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью BEF , если $AB = 8$, $SO = 14$.

- 15 Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(6-x) \leq \log_5(x^2 - 12x + 36).$$

16

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 25 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число n млн рублей в первый и второй годы, а также целое число m млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшее значение n , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удвоятся, и наименьшее значение m , такое, что при найденном ранее значении n первоначальные вложения за четыре года вырастут как минимум в четыре раза.

18

Найдите все значения a , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

19

На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- Приведите пример последовательных 5 ходов.
- Можно ли сделать 10 ходов?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать?