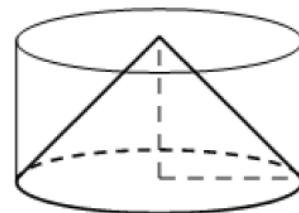
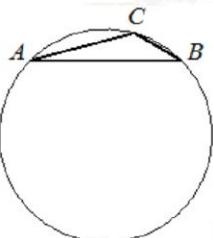


## Вариант 1 2025

- 1 В треугольнике  $ABC$  сторона  $AB$  равна  $3\sqrt{2}$ , угол  $C$  равен  $135^\circ$ . Найдите радиус описанной около этого треугольника окружности.



- 2 Даны векторы  $\vec{a} (2; -5)$ ,  $\vec{b} (6; 3)$  и  $\vec{c} (4; 7)$ . Найдите длину вектора  $\vec{a} - \vec{b} - \vec{c}$ .

- 3 Цилиндр и конус имеют общие основание и высоту. Высота цилиндра равна радиусу основания. Площадь боковой поверхности цилиндра равна  $5\sqrt{2}$ . Найдите площадь боковой поверхности конуса.

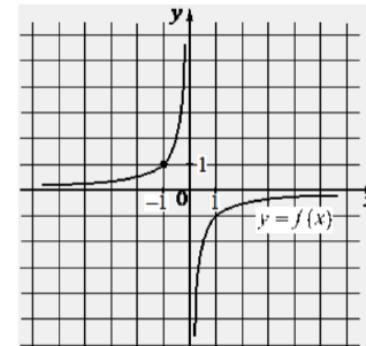
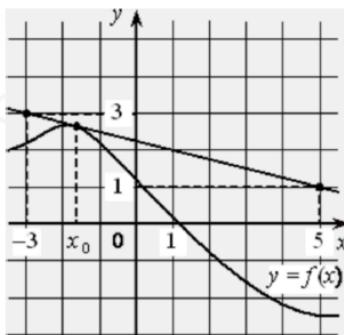
- 4 Из районного центра в деревню ежедневно ходит автобус. Вероятность того, что в понедельник в автобусе окажется меньше 20 пассажиров, равна 0,81. Вероятность того, что окажется меньше 12 пассажиров, равна 0,56. Найдите вероятность того, что число пассажиров будет от 12 до 19.

- 5 В коробке 11 синих, 6 красных и 8 зелёных фломастеров. Случайным образом выбирают два фломастера. Найдите вероятность того, что окажутся выбраны один синий и один красный фломастеры.

- 6 Найдите корень уравнения  $\frac{1}{2x-5} = \frac{1}{4x+13}$ .

- 7 Найдите значение выражения  $4 \log_{1,25} 5 \cdot \log_5 0,8$ .

- 8 На рисунке изображены график функции  $y = f(x)$  и касательная к нему в точке с абсциссой  $x_0$ . Найдите значение производной функции  $f(x)$  в точке  $x_0$ .



- 9 Для получения на экране увеличенного изображения лампочки в лаборатории используется собирающая линза с главным фокусным расстоянием  $f = 20$  см. Расстояние  $d_1$  от линзы до лампочки может изменяться в пределах от 15 до 40 см, а расстояние  $d_2$  от линзы до экрана – в пределах от 100 до 120 см. Изображение на экране будет чётким, если выполнено соотношение

$$\frac{1}{d_1} + \frac{1}{d_2} = \frac{1}{f}.$$

Укажите, на каком наименьшем расстоянии от линзы нужно поместить лампочку, чтобы её изображение на экране было чётким. Ответ выразите в сантиметрах.

- 10 Имеются два сосуда. Первый содержит 60 кг, а второй – 20 кг растворов кислоты различной концентрации. Если эти растворы смешать, то получится раствор, содержащий 30% кислоты. Если же смешать равные массы этих растворов, то получится раствор, содержащий 45% кислоты. Сколько процентов кислоты содержится в первом сосуде?

- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = \frac{k}{x}$ . Найдите значение  $f(10)$ .

- 12 Найдите наименьшее значение функции  $y = (x^2 - 39x + 39) \cdot e^{2-x}$  на отрезке  $[0; 6]$ .

## 2 часть

- 13 а) Решите уравнение

$$4\cos^3 x - 2\sqrt{3} \cos 2x + 3 \cos x = 2\sqrt{3}.$$

- б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $\left[2\pi; \frac{7\pi}{2}\right]$ .

- 14 Точка  $E$  лежит на высоте  $SO$ , а точка  $F$  – на боковом ребре  $SC$  правильной четырёхугольной пирамиды  $SABCD$ , причём  $SE: EO = SF: FC = 2: 1$ .

- а) Докажите, что плоскость  $BEF$  пересекает ребро  $SD$  в его середине.

- б) Найдите площадь сечения пирамиды плоскостью  $BEF$ , если  $AB = 8$ ,  $SO = 14$ .

- 15 Решите неравенство

$$x^2 \log_{625}(6-x) \leq \log_5(x^2 - 12x + 36).$$

**16**

По бизнес-плану предполагается вложить в четырёхлетний проект 25 млн рублей. По итогам каждого года планируется прирост вложенных средств на 20% по сравнению с началом года. Начисленные проценты остаются вложенными в проект. Кроме этого, сразу после начислений процентов нужны дополнительные вложения: целое число  $n$  млн рублей в первый и второй годы, а также целое число  $m$  млн рублей в третий и четвёртый годы. Найдите наименьшее значение  $n$ , при котором первоначальные вложения за два года как минимум удваиваются, и наименьшее значение  $m$ , такое, что при найденном ранее значении  $n$  первоначальные вложения за четыре года вырастут как минимум в четыре раза.

**18**

Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых система уравнений

$$\begin{cases} ax^2 + ay^2 - (2a - 5)x + 2ay + 1 = 0, \\ x^2 + y = xy + x \end{cases}$$

имеет ровно четыре различных решения.

**19**

На доске написаны числа 1, 2, 3, ..., 30. За один ход разрешается стереть произвольные три числа, сумма которых меньше 35 и отлична от каждой из сумм троек чисел, стёртых на предыдущих ходах.

- Приведите пример последовательных 5 ходов.
- Можно ли сделать 10 ходов?
- Какое наибольшее число ходов можно сделать?