

Особенности решения задач по алгебре 16-18 типа ЕГЭ базового уровня.

Рудницкая Евгения Александровна

МБОУ СОШ №1

Основные ошибки на базовом уровне ЕГЭ

- неверный перенос ответа в бланк ответов или ответ не на тот вопрос
- вычислительные ошибки
- ошибки теоретического характера
- неверно переписанные формулы из справочных материалов и неразборчивые записи символов

Задание № 16 Вычисления и преобразования

○ Действия со степенями

○ Преобразования числовых иррациональных выражений

○ Преобразования числовых логарифмических выражений

○ Вычисление значений тригонометрических выражений

Действия со степенями

16

Найдите значение выражения $\frac{3^5 \cdot 4^6}{12^5}$

Из демо – версии ЕГЭ 2025

Свойства степени
при $a > 0, b > 0$

1 $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$

2 $a^n \cdot a^m = a^{n+m}$

3 $\frac{a^n}{a^m} = a^{n-m}$

4 $(a^n)^m = a^{nm}$

5 $(ab)^n = a^n \cdot b^n$

6 $\left(\frac{a}{b}\right)^n = \frac{a^n}{b^n}$

$$\frac{(9^{-3})^2}{9^{-8}} = 9^{-6} : 9^{-8} = 9^{-6-(-8)} = 9^2 = 81$$

$$\frac{2^6}{2^4 \cdot 2^{-1}} = 2^6 : 2^3 = 2^3 = 8$$

$$\frac{14^9}{2^7 \cdot 7^8} = \frac{2^9 \cdot 7^9}{2^7 \cdot 7^8} = 2^2 \cdot 7^1 = 28$$

$$\frac{4^{10}}{2^{11}} = \frac{(2^2)^{10}}{2^{11}} = 2^{20} : 2^{11} = 2^9 = 512$$

$$5^{0,36} \cdot 25^{0,32} = 5^{0,36} \cdot (5^2)^{0,32} = 5^{0,36} \cdot 5^{0,64} = 5$$

$$7^{\frac{4}{9}} \cdot 49^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot (7^2)^{\frac{5}{18}} = 7^{\frac{4}{9}} \cdot 7^{\frac{5}{9}} = 7$$

$$(0,01)^2 \cdot 10^5 : 4^{-2} = (10^{-2})^2 \cdot 10^5 : \frac{1}{4^2} = 10^{-4} \cdot 10^5 \cdot 4^2 = 10 \cdot 16 = 160$$

$$5^{3\sqrt{7}-1} \cdot 5^{1-\sqrt{7}} : 5^{2\sqrt{7}-1} = 5^{3\sqrt{7}-1+1-\sqrt{7}-(2\sqrt{7}-1)} = 5^1 = 5$$

$$\frac{0,5^{\sqrt{10}-1}}{2^{-\sqrt{10}}} = \left(\frac{1}{2}\right)^{\sqrt{10}-1} : 2^{-\sqrt{10}} = 2^{1-\sqrt{10}} : 2^{-\sqrt{10}} = 2^{1-\sqrt{10}+\sqrt{10}} = 2$$

Преобразования числовых иррациональных выражений

Найдите значение выражения $(\sqrt{63} - \sqrt{7}) \cdot \sqrt{7}$ Из демо – версии ЕГЭ 2025

Свойства арифметического квадратного корня

$$\sqrt{ab} = \sqrt{a} \cdot \sqrt{b} \text{ при } a \geq 0, b \geq 0$$

$$\sqrt{\frac{a}{b}} = \frac{\sqrt{a}}{\sqrt{b}} \text{ при } a \geq 0, b > 0$$

Формулы сокращённого умножения

$$(a+b)^2 = a^2 + 2ab + b^2$$

$$(a-b)^2 = a^2 - 2ab + b^2$$

$$a^2 - b^2 = (a+b)(a-b)$$

$$\sqrt{75} \cdot \sqrt{3} = \sqrt{25 \cdot 3 \cdot 3} = 5 \cdot 3 = 15$$

$$\sqrt{10} \cdot \sqrt{4,9} = \sqrt{10 \cdot 4,9} = \sqrt{49} = 7$$

$$\frac{\sqrt{128}}{\sqrt{2}} = \sqrt{\frac{128}{2}} = \sqrt{64} = 8$$

$$\frac{\sqrt{288}}{3\sqrt{8}} = \frac{1}{3} \sqrt{\frac{288}{8}} = \frac{1}{3} \cdot \sqrt{36} = \frac{1}{3} \cdot 6 = 2$$

$$\frac{(8\sqrt{2})^2}{16} = \frac{64 \cdot 2}{16} = \frac{64}{8} = 8$$

$$\sqrt{2^6 \cdot 7^2} = 2^3 \cdot 7 = 8 \cdot 7 = 56$$

или $(2^6 \cdot 7^2)^{\frac{1}{2}} = 2^3 \cdot 7 = 56$

$$(\sqrt{23} - \sqrt{7}) \cdot (\sqrt{23} + \sqrt{7}) = (\sqrt{23})^2 - (\sqrt{7})^2 = 23 - 7 = 16$$

$$(3\sqrt{2} + \sqrt{5}) \cdot (3\sqrt{2} - \sqrt{5}) = (3\sqrt{2})^2 - (\sqrt{5})^2 = 9 \cdot 2 - 5 = 18 - 5 = 13$$

Преобразования числовых логарифмических выражений

Задание 16

Найдите значение выражения $\log_4 \log_5 25$.

$$\frac{\log_7(11^6)}{2\log_7 11}$$

Из реального ЕГЭ 2024

Найдите значение выражения $\log_{\sqrt{11}} 11^2$.

Из демо – версии ЕГЭ 2025

Свойства логарифма

при $a > 0, a \neq 1, b > 0, x > 0, y > 0$

$$a^{\log_a b} = b$$

$$\log_a a = 1$$

$$\log_a 1 = 0$$

$$\log_a (xy) = \log_a x + \log_a y$$

$$\log_a \left(\frac{x}{y} \right) = \log_a x - \log_a y$$

$$\log_a b^k = k \log_a b$$

$$\log_5 2,5 + \log_5 50 = \log_5 (2,5 \cdot 50) = \log_5 125 = 3$$

$$\log_3 351 - \log_3 13 = \log_3 (351 : 13) = \log_3 27 = 3$$

$$\log_3 (\log_2 64 + 3) = \log_3 (\log_2 2^6 + 3) = \log_3 (6 + 3) = 2$$

$$\frac{\log_5 (9^{10})}{5 \log_5 9} = \frac{10 \log_5 9}{5 \log_5 9} = 2$$

$$\log_{\sqrt{25}} 125 = \log_5 5^3 = 3$$

$$7^{2 \log_7 6} = 7^{\log_7 6^2} = 6^2 = 36$$

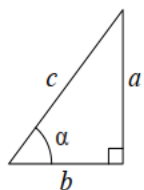
$$2^{(\log_2 6) - 3} = 2^{\log_2 6} : 2^3 = 6 : 8 = 0,75$$

Вычисление значений тригонометрических выражений

Найдите значение выражения $26 \sin 750^\circ$. Из демо – версии ЕГЭ 2025

Тригонометрические функции

Прямоугольный треугольник

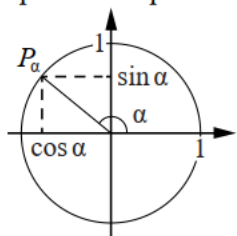


$$\sin \alpha = \frac{a}{c}$$

$$\cos \alpha = \frac{b}{c}$$

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{a}{b}$$

Тригонометрическая окружность



Основное тригонометрическое тождество: $\sin^2 \alpha + \cos^2 \alpha = 1$

Некоторые значения тригонометрических функций

α	радианы	0	$\frac{\pi}{6}$	$\frac{\pi}{4}$	$\frac{\pi}{3}$	$\frac{\pi}{2}$	π	$\frac{3\pi}{2}$	2π
	градусы	0°	30°	45°	60°	90°	180°	270°	360°
$\sin \alpha$		0	$\frac{1}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	1	0	-1	0
$\cos \alpha$		1	$\frac{\sqrt{3}}{2}$	$\frac{\sqrt{2}}{2}$	$\frac{1}{2}$	0	-1	0	1
$\operatorname{tg} \alpha$		0	$\frac{\sqrt{3}}{3}$	1	$\sqrt{3}$	—	0	—	0

Найдите $\cos \alpha$, если $\sin \alpha = -\frac{\sqrt{7}}{4}$, $270^\circ < \alpha < 360^\circ$

$\alpha \in \text{IV четверти} \Rightarrow \cos \alpha > 0$

$$\cos \alpha = +\sqrt{1 - \sin^2 \alpha} = \sqrt{1 - \left(-\frac{\sqrt{7}}{4}\right)^2} = \sqrt{\frac{16}{16} - \frac{7}{16}} = \sqrt{\frac{9}{16}} = \frac{3}{4} = 0,75$$

$$57\sqrt{2}\cos 45^\circ = 57\sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{2}}{2} = \frac{57 \cdot 2}{2} = 57$$

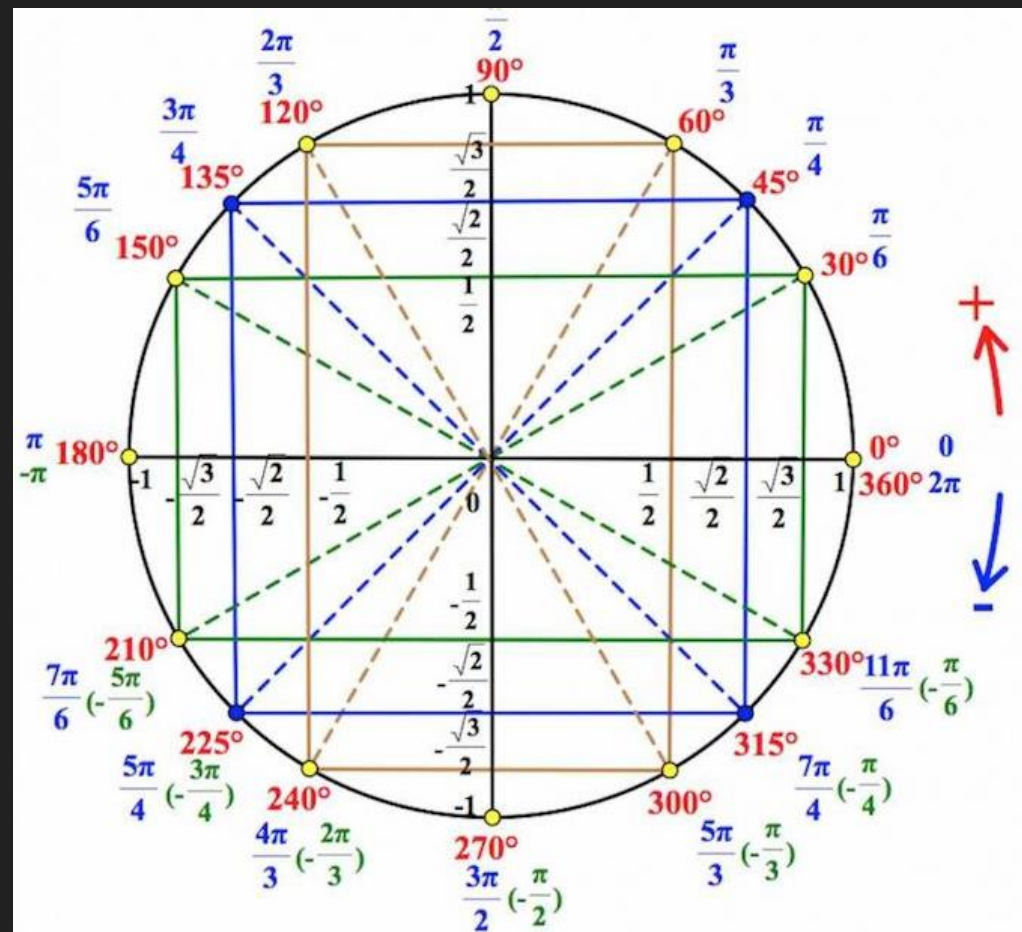
$$20\sqrt{3}\sin 480^\circ = 20\sqrt{3}\sin(360^\circ + 120^\circ) = 20\sqrt{3} \cdot \sin 120^\circ = \frac{20\sqrt{3} \cdot \sqrt{3}}{1 \cdot 2} = 10 \cdot 3 = 30$$

$$\operatorname{tg} 146^\circ \operatorname{ctg} 146^\circ = 1$$

Обратить внимание на справочные материалы

- Нет понятия корня степени n
- Нет $a^0=1$
- Нет понятия котангенса
- Нет формул приведения

$$a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m}$$



Задание № 17 Простейшие уравнения

Линейные, квадратные, кубические уравнения

Иррациональные уравнения

Показательные уравнения

Логарифмические уравнения

Линейные, квадратные, кубические уравнения

Решите уравнение $x^2 + 8 = 6x$.

Если уравнение имеет больше одного корня, в ответе укажите больший из них.

Из демо – версии ЕГЭ 2025

Корни квадратного уравнения $ax^2 + bx + c = 0$, $a \neq 0$

$$x_1 = \frac{-b - \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}, \quad x_2 = \frac{-b + \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a} \quad \text{при } b^2 - 4ac > 0$$

$$x = -\frac{b}{2a} \quad \text{при } b^2 - 4ac = 0$$

Необходимо повторять:

Алгоритмы решения неполных квадратных уравнений;

Применение формул сокращенного умножения

$$10 - 6x = 9x + 4$$

$$9x - 2(-5 + 7x) = -8x - 5$$

$$(2x - 5)^2 - 4x^2 = 0$$

$$x^2 - 4 = 0$$

$$x^2 - 4x = 0$$

Иррациональные уравнения

Алгоритм:

- Возвести обе части в квадрат
- Решить полученное
- Выполнить проверку

$$\begin{aligned}\sqrt{16-4x} &= 6 \\ 16-4x &= 36 \\ 4x &= 16-36 \\ x &= -20:4 \\ x &= -5 \\ \text{Проверка: } \sqrt{16-4(-5)} &= \sqrt{36} = 6 \\ \text{Ответ: } &-5\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}\frac{1}{\sqrt{x}} &= \frac{1}{8} && \text{или} \\ \frac{1}{x} &= \frac{1}{64} && \sqrt{x} = 8 \\ x &= 64 && x = 64 \\ \text{Проверка:} &&& \\ \frac{1}{\sqrt{64}} &= \frac{1}{8} && \\ \text{Ответ: } &64 && \end{aligned}$$

Показательные уравнения

Найдите корень уравнения $\left(\frac{1}{2}\right)^{1-x} = 4$.

Из демо – версии ЕГЭ 2025

Найдите корень уравнения: $\left(\frac{1}{5}\right)^{x+5} = \frac{1}{25}$

$\left(\frac{1}{6}\right)^{x-2} = \frac{1}{36}$

$3^{x-11} = \frac{1}{9}$

Из реального ЕГЭ 2024

Алгоритм:

- Добиться одинакового основания в обеих частях
- Перейти к новому уравнению, отбросив основания
- Выполнить проверку

Необходимо повторять:

Свойства степени

Степени чисел (в основном квадраты, кубы и отрицательные показатели)

$$3^{5-x} = 9^{2x-6}$$

$$3^{5-x} = 3^{2(2x-6)}$$

$$5-x = 4x-12$$

$$5x = 17$$

$$x = 17:5$$

$$x = 3,4$$

Ответ: 3,4

$$4^{2x+3} : 4^{-6x+4} = 64$$

$$4^{2x+3-(-6x+4)} = 4^3$$

$$2x+3+6x-4 = 3$$

$$8x = 4$$

$$x = 4:8$$

$$x = 0,5$$

Ответ: 0,5

$$\left(\frac{1}{7}\right)^{4-x} = 49$$

$$\left(7^{-1}\right)^{4-x} = 7^2$$

$$-4+x = 2$$

$$x = 6$$

Ответ: 6

Логарифмические уравнения

Найдите корень уравнения $\log_4(5x+10) - \log_4 5 = \log_4 3$. Из демо – версии ЕГЭ 2025

Алгоритм:

- Добиться, чтобы в обеих частях были логарифмы одинакового основания
- Перейти к новому уравнению, отбросив логарифмы
- Выполнить проверку

или

- Добиться уравнения вида $\log_a b = n$
- По определению логарифма выразить $b = a^n$

$$\log_4(8x-7) - \log_4 5 = \log_4 21$$

$$\log_4 \frac{8x-7}{5} = \log_4 21 \quad \text{ОДЗ:}$$

$$x > \frac{7}{8}$$

$$\frac{8x-7}{5} = 21$$

$$8x-7 = 105$$

$$8x = 112$$

$$x = 14$$

Ответ: 14

$$\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{2}x+3\right) = -1$$

$$\frac{1}{2}x+3 = \left(\frac{1}{5}\right)^{-1}$$

$$\frac{1}{2}x = 5-3$$

$$x = 4$$

Проверка:

$$\log_{\frac{1}{5}}\left(\frac{1}{2} \cdot 4 + 3\right) = -1$$

$$\log_{\frac{1}{5}} 5 = -1$$

Ответ: 4

Задание № 18 Неравенства

- Решение неравенств
- Числовые промежутки

Каждому из четырёх неравенств в левом столбце соответствует одно из решений в правом столбце. Установите соответствие между неравенствами и их решениями.

НЕРАВЕНСТВА

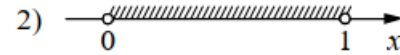
А) $\frac{x}{x-1} < 0$

Б) $2^{-x} > 2$

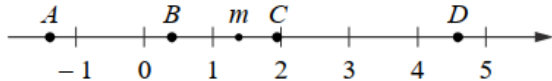
В) $\log_2 x > 0$

Г) $\frac{1}{x(x-1)} > 0$

РЕШЕНИЯ



18 На координатной прямой отмечено число m и точки A , B , C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

A
 B
 C
 D

ЧИСЛА

- 1) m^2
2) $m-1$
3) $6-m$
4) $-\frac{2}{m}$


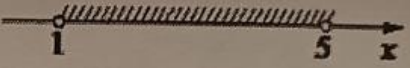

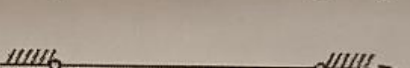
В таблице под каждой буквой укажите соответствующий номер.

Из демо – версии
ЕГЭ 2025

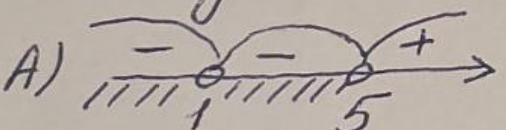
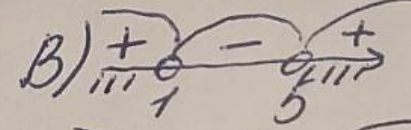
Решение неравенств

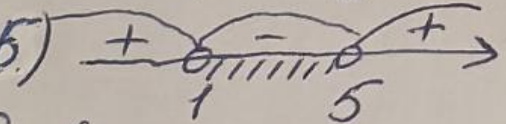
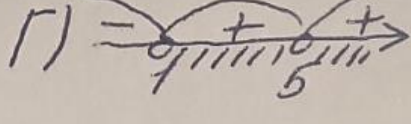
Из реального ЕГЭ 2024

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-3)(x-6) < 0$	1) $(3;6)$
Б) $\frac{(x-6)^2}{x-3} > 0$	2) $(-\infty;3) \cup (6;+\infty)$
В) $\frac{x-3}{x-6} > 0$	3) $(3;6) \cup (6;+\infty)$
Г) $(x-3)^2(x-6) < 0$	4) $(-\infty;3) \cup (3;6)$

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $(x-1)^2(x-5) < 0$	1) 
Б) $(x-1)(x-5) < 0$	2) 
В) $\frac{x-1}{x-5} > 0$	3) 
Г) $\frac{(x-5)^2}{x-1} > 0$	4) 

Методом интервалов

А)  1. В)  4.

Б)  2. Г)  3.

Ответ: 1243

Рекомендации:

- Прежде чем решать, посмотреть все неравенства и все ответы
- Обязательно записывать решение и отмечать номер ответа напротив каждого примера
- Выписывать ответ

Квадратичные неравенства

НЕРАВЕНСТВА

А) $x^2 - 10x - 24 \leq 0$

Б) $x^2 - 10x + 24 \geq 0$

В) $x^2 + 10x + 24 \geq 0$

Г) $x^2 + 10x - 24 \leq 0$

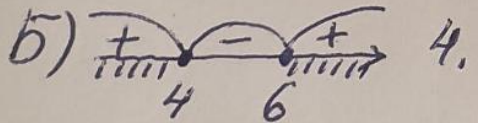
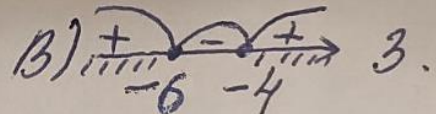
РЕШЕНИЯ

1) $[-2; 12]$

2) $[-12; 2]$

3) $(-\infty; -6] \cup [-4; +\infty)$

4) $(-\infty; 4] \cup [6; +\infty)$



Ответ: 1432

Необходимо:

- Уметь решать квадратные уравнения
- Уметь определять знаки в интервалах (альтернатива – параболой)
- Определять промежуток ответа

Показательные и логарифмические неравенства

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $2^x \geq 4$	1) $(-\infty; -2]$
Б) $0,5^x \geq 4$	2) $[2; +\infty)$
В) $0,5^x \leq 4$	3) $(-\infty; 2]$
Г) $2^x \leq 4$	4) $[-2; +\infty)$

А) $2^x \geq 2^2$
 $x \geq 2$ 2.

Б) $(\frac{1}{2})^x \geq 2^2$
 $2^{-x} \geq 2^2$
 $-x \geq 2$
 $x \leq -2$ 1.


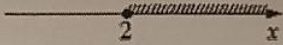
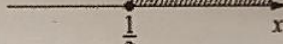
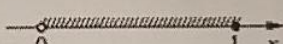
В) $(\frac{1}{2})^x \leq 2^2$
 $2^{-x} \leq 2^2$
 $-x \leq 2$
 $x \geq -2$ 4.

Г) $2^x \leq 2^2$
 $x \leq 2$ 3.

Ответ: 2143

Необходимо:

- Уметь приводить обе части к одному основанию
- Помнить свойства возрастающей/убывающей функции
- Уметь решать линейные неравенства

НЕРАВЕНСТВА	РЕШЕНИЯ
А) $\log_2 x \geq 1$	1) 
Б) $\log_2 x \leq -1$	2) 
В) $\log_2 x \geq -1$	3) 
Г) $\log_2 x \leq 1$	4) 

А) $\begin{cases} x \geq 2^1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq 2$ 2.

Б) $\begin{cases} x \geq 2^{-1} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x \geq \frac{1}{2}$ 3.

В) $\begin{cases} x \leq 2^{-1} \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq \frac{1}{2}$ 4.

Г) $\begin{cases} x \leq 2^1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow 0 < x \leq 2$ 1.

Ответ: 2431

Необходимо:

- Уметь приводить обе части к одному основанию
- Помнить свойства возрастающей/убывающей функции
- Помнить про ОДЗ

Различные виды неравенств

НЕРАВЕНСТВА

А) $\log_3 x > 1$

Б) $8^{-x+3} > 8$

В) $\frac{x-3}{x-2} < 0$

Г) $\frac{1}{(x-2)(x-3)} > 0$

РЕШЕНИЯ

1) $(-\infty; 2) \cup (3; +\infty)$

2) $(3; +\infty)$

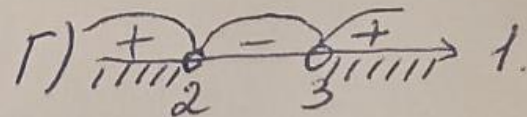
3) $(-\infty; 2)$

4) $(2; 3)$

А) $\begin{cases} x > 3^1 \\ x > 0 \end{cases} \Rightarrow x > 3$ 2.



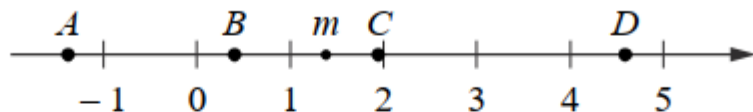
Б) $\begin{aligned} -x + 3 &> 1 \\ -x &> -2 \\ x &< 2 \end{aligned}$ 3.



Ответ: 2341

Числовые промежутки

18 На координатной прямой отмечено число m и точки A , B , C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

ТОЧКИ

A

B

C

D

ЧИСЛА

1) m^2

2) $m-1$

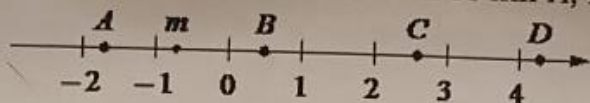
3) $6-m$

4) $-\frac{2}{m}$

Из демо – версии ЕГЭ 2025

Числовые промежутки

На координатной прямой отмечено число m и точки A, B, C и D .



Каждой точке соответствует одно из чисел в правом столбце. Установите соответствие между указанными точками и числами.

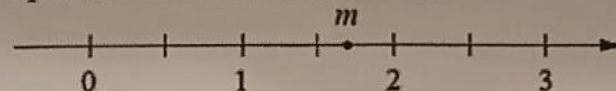
ТОЧКИ ЧИСЛА

A	1) $\sqrt{6-m}$	$\sqrt{6-(-0,7)} = \sqrt{6,7} \approx 2,6$	C	1
B	2) m^2	$(-0,7)^2 = 0,49$	B	2
C	3) $m-1$	$-0,7-1 = -1,7$	A	3
D	4) $-\frac{3}{m}$	$-\frac{3}{-0,7} = \frac{30}{7} = 4\frac{2}{7}$	D	4

Пусть $m \approx -0,7$

Ответ: 3214

На координатной прямой отмечено число m .



Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ		
A) $m-1$	1) $[-2; -1]$	$1,6-1 = 0,6$	2
B) m^2	2) $[0; 1]$	$1,6^2 = 2,56$	3
B) $-\frac{2}{m}$	3) $[2; 4]$	$-\frac{2}{1,6} = -\frac{20}{16} = -\frac{5}{4}$	1
Г) $6-m$	4) $[4; 5]$	$6-1,6 = 4,4$	4

Пусть $m \approx 1,6$

Ответ: 2314

Числовые промежутки

Число m равно $\sqrt{0,15}$. Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $-\frac{1}{m}$	1) $[-3; -2]$
Б) m^2	2) $[-1; 0]$
В) $4m$	3) $[0; 1]$
Г) $m-1$	4) $[1; 2]$

А) $-\frac{1}{\sqrt{0,15}} = -\sqrt{\frac{100}{15}}$ 1. В) $4 \cdot \sqrt{0,15}$ 4. ($m, k > 0$)
Б) $(\sqrt{0,15})^2 = 0,15$ 3. Г) $\sqrt{0,15} - 1 \approx -0,...$ 2.

Ответ: 1342

Каждому из четырёх чисел в левом столбце соответствует отрезок, которому оно принадлежит. Установите соответствие между числами и отрезками из правого столбца.

ЧИСЛА	ОТРЕЗКИ
А) $\sqrt{6} \cdot \sqrt{5}$	1) $[1; 2]$
Б) $(\sqrt{6})^3 - 9$	2) $[2; 3]$
В) $2\sqrt{6} - \sqrt{5}$	3) $[4; 5]$
Г) $\sqrt{6} + \sqrt{5}$	4) $[5; 6]$

$\sqrt{6 \cdot 5} = \sqrt{1,2} \approx 1,...$ ①

$\sqrt{6} \cdot \sqrt{6} \cdot \sqrt{6} - 9 = \sqrt{216} - 9 \approx 14,6 - 9 \approx 5,6$ ④

$2\sqrt{6} - \sqrt{5} = \sqrt{24} - \sqrt{5} \approx 4,6 - 2,4 \approx 2,2$ ②

$\sqrt{6} + \sqrt{5} \approx 2,4 + 2,3 \approx 4,7$ ③

Важно:

- Выполнять «прикидку» для результата вычислений
- Не всегда надо проводить вычисления до получения конечного результата

Рекомендации ученикам от учителя:

1. Изучить теорию, справочные материалы, разрешенные на экзамене
2. Считать без помощи калькулятора
3. Внимательно и вдумчиво читать задания
4. Обращать внимание на все, даже на легкие задачи
5. Научиться распределять время

Рекомендации учителю:

- 1. Создание плана подготовки**
- 2. Регулярная практика**
- 3. Разнообразные методы обучения**
- 4. Обратная связь и индивидуальная помощь**
- 5. Развитие навыков тайм-менеджмента**
- 6. Поддержка родителей**

Спасибо за внимание!