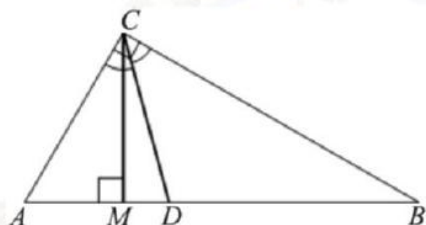
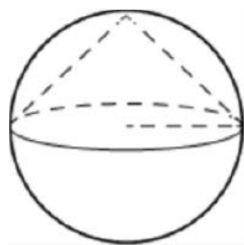
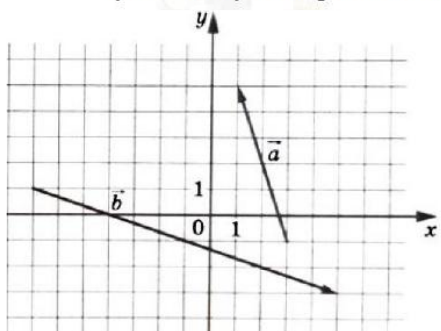


## Вариант 2 2025

- 1 Острый угол  $B$  прямоугольного треугольника равен  $23^\circ$ . Найдите угол между биссектрисой  $CD$  и высотой  $CM$ , проведёнными из вершины прямого угла. Ответ дайте в градусах.

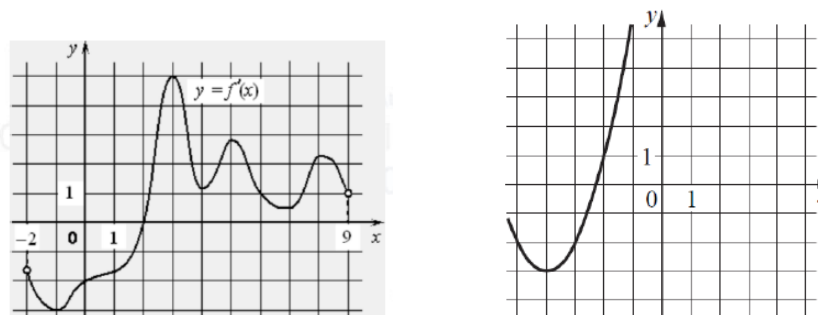


- 2 На координатной плоскости изображены векторы  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ . Найдите косинус угла между векторами  $\vec{a}$  и  $\vec{b}$ .



- 3 Конус вписан в шар (см. рисунок). Радиус основания конуса равен радиусу шара. Объём конуса равен 47. Найдите объём шара.
- 4 В случайном эксперименте бросают две игральные кости (кубика). Найдите вероятность того, что в сумме выпадет 4 очка. Результат округлите до сотых.
- 5 Чтобы пройти в следующий круг соревнований, футбольной команде нужно набрать хотя бы 4 очка в двух играх. Если команда выигрывает, она получает 3 очка, в случае ничьей – 1 очко, если проигрывает – 0 очков. Найдите вероятность того, что команде удастся выйти в следующий круг соревнований. Считайте, что в каждой игре вероятности выигрыша и проигрыша одинаковы и равны 0,3.
- 6 Найдите корень уравнения  $\sqrt{6+5x} = x$ .  
Если уравнение имеет более одного корня, в ответе запишите меньший из них.
- 7 Найдите значение выражения  $\frac{24}{\sin^2 127^\circ + 4 + \sin^2 217^\circ}$ .

- 8 На рисунке изображён график  $y = f'(x)$  производной функции  $f(x)$ , определённой на интервале  $(-2; 9)$ . В какой точке отрезка  $[2; 8]$  функция  $f(x)$  принимает наименьшее значение?



- 9 Перед отправкой тепловоз издал гудок с частотой  $f_0 = 192$  Гц. Чуть позже гудок издал подъезжающий к платформе тепловоз. Из-за эффекта Доплера частота второго гудка  $f$  (в Гц) больше первого: она зависит от скорости тепловоза  $v$  (в м/с) по закону  $f(v) = \frac{f_0}{1 - \frac{v}{c}}$  (Гц), где  $c$  — скорость звука (в м/с).

Человек, стоящий на платформе, различает сигналы по тону, если они отличаются не менее чем на 8 Гц. Определите, с какой минимальной скоростью приближался к платформе тепловоз, если человек смог различить сигналы, а  $c = 300$  м/с. Ответ дайте в м/с.

- 10 Расстояние между городами А и В равно 420 км. Из города А в город В выехал автомобиль, а через 1 час следом за ним со скоростью 80 км/ч выехал мотоциклист, догнал автомобиль в городе С и повернул обратно. Когда он вернулся в А, автомобиль прибыл в В. Найдите расстояние от А до С. Ответ дайте в километрах.
- 11 На рисунке изображён график функции вида  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , где числа  $a$ ,  $b$  и  $c$  — целые. Найдите значение  $f(-12)$ .
- 12 Найдите точку максимума функции  $y = (x - 4)^2(x + 5) + 8$ .

### 2 часть

- 13 а) Решите уравнение  $x - 3\sqrt{x-1} + 1 = 0$ .  
б) Укажите корни этого уравнения, принадлежащие отрезку  $[\sqrt{3}; \sqrt{20}]$ .
- 14 Различные точки  $A$ ,  $B$  и  $C$  лежат на окружности основания конуса с вершиной  $S$  так, что отрезок  $AB$  является её диаметром. Угол между образующей конуса и плоскостью основания равен  $60^\circ$ .  
а) Докажите, что  $\cos \angle ASC + \cos \angle BSC = 1,5$ .  
б) Найдите объём тетраэдра  $SABC$ , если  $SC = 1$ ,  $\cos \angle ASC = \frac{2}{3}$ .

**15** Решите неравенство

$$(\log_{0,25}^2(x+3) - \log_4(x^2 + 6x + 9) + 1) \cdot \log_4(x+2) \leq 0.$$

**16** В июле 2025 года планируется взять кредит в банке на некоторую сумму на 10 лет. Условия его возврата таковы:

- каждый январь долг будет возрастать на 10% по сравнению с концом предыдущего года;
- с февраля по июнь каждого года необходимо оплатить одним платежом часть долга;
- в июле 2026, 2027, 2028, 2029 и 2030 годов долг должен быть на какую-то одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- в июле 2030 года долг должен составить 800 тыс. рублей;
- в июле 2031, 2032, 2033, 2034 и 2035 годов долг должен быть на другую одну и ту же величину меньше долга на июль предыдущего года;
- к июлю 2035 года долг должен быть выплачен полностью.

Найдите начальную сумму кредита, если сумма выплат по кредиту равна 2090 тысяч рублей.

**17** В трапеции  $ABCD$  угол  $BAD$  прямой. Окружность, построенная на большем основании  $AD$  как на диаметре, пересекает меньшее основание  $BC$  в точках  $C$  и  $M$ .

а) Докажите, что  $\angle BAM = \angle CAD$ .

б) Диагонали трапеции  $ABCD$  пересекаются в точке  $O$ . Найдите площадь треугольника  $AOB$ , если  $AB = 6$ , а  $BC = 4BM$ .

**18** Найдите все значения  $a$ , при каждом из которых уравнение

$$x^2 + (2 - a)^2 = |x - 2 + a| + |x - a + 2|$$

имеет единственный корень.

**19** Квадратное уравнение  $x^2 + px + q = 0$  имеет два различных натуральных корня.

а) Пусть  $q = 34$ . Найдите все возможные значения  $p$ .

б) Пусть  $p + q = 22$ . Найдите все возможные значения  $q$ .

в) Пусть  $q^2 - p^2 = 2812$ . Найдите все возможные корни исходного уравнения.